

Le travail du professeur de mathématiques relatif à la conception et la réalisation des phases de dévolution

The mathematics teacher work during the conception and the realization of some devolution phases

Yves Matheron



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/1126>

DOI : [10.4000/educationdidactique.1126](https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1126)

ISSN : 2111-4838

Éditeur

Presses universitaires de Rennes

Édition imprimée

Date de publication : 30 décembre 2011

Pagination : 81-100

ISBN : 978-2-7535-1832-2

ISSN : 1956-3485

Référence électronique

Yves Matheron, « Le travail du professeur de mathématiques relatif à la conception et la réalisation des phases de dévolution », *Éducation et didactique* [En ligne], 5-3 | 2011, mis en ligne le 30 décembre 2013, consulté le 09 décembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/1126> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1126>

Ce document a été généré automatiquement le 9 décembre 2020.

Tous droits réservés

Le travail du professeur de mathématiques relatif à la conception et la réalisation des phases de dévolution

The mathematics teacher work during the conception and the realization of some devolution phases

Yves Matheron

Introduction

- 1 Cet article se place au sein de l'hypothèse fondamentale qui préside à ce que Brousseau lui-même a désigné sous le terme « d'enseignement par adaptation », et qu'il résume de la manière suivante : « La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées, par un choix judicieux, des « problèmes » qu'il lui propose¹. » (Brousseau, 1998, p. 59). Aussi m'appuierai-je dans cet article sur deux extraits de séances d'enseignement des mathématiques en 4^e et en 3^e à l'intérieur desquelles est peu ou prou présente la volonté de l'enseignant d'amener, par leur activité, les élèves vers des adaptations servant de support pour la construction ultérieure du savoir dont il vise l'enseignement.
- 2 La comparaison en didactique peut porter sur des disciplines différentes ou des cadres théoriques différents. Mais sa fonction est tout autre dans cet article. Son ambition n'est pas la recherche d'une « théorie didactique du tout » à partir du dépassement d'une dialectique opposant pour les comparer des théories. Celles mobilisées dans ces lignes sont en effet complémentaires les unes des autres, la discipline et l'intention didactique sont les mêmes ; la comparaison ne porte pas, non plus, sur des niveaux du cursus du secondaire ou sur des objets d'enseignement qui, pourtant, tous deux diffèrent. Certaines variables sont volontairement bloquées afin de rechercher les

raisons pour lesquelles, à travers un « épisode critique » pour deux élèves, les voies empruntées dans l'attaque d'un problème dévolu à la classe sont différentes : l'une erronée, ne conduisant pas à la solution, l'autre permettant de la trouver. On emprunte pour cet article une méthodologie modeste mais coûteuse en didactique. Elle nécessite en effet le recueil de données de terrain et leur analyse pour un résultat *a priori* incertain : la réussite de l'entreprise passe par la recension d'indices convergents, s'ils existent². L'étude présentée tend à nourrir une hypothèse n'ayant pour l'instant qu'une valeur de vérité locale – propre à l'enseignement des mathématiques sous certaines conditions – mais appelant l'étude d'une possible extension à d'autres disciplines, sous d'autres conditions. L'explication du phénomène convoque donc la théorie didactique dans ces diverses élaborations théoriques ; le seul critère étant la compatibilité.

À propos de dévolution

- 3 « Provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées », comme l'indique Brousseau, suppose au préalable la satisfaction de plusieurs conditions nécessaires ; parmi celles-ci, et sans doute au premier plan, figure celle stipulant que les élèves acceptent les problèmes proposés. Plus précisément, qu'ils reconnaissent le problème à résoudre. Ce qui signifie qu'ils acceptent tout d'abord de s'engager dans une activité mathématique de réflexion et d'action afin de pouvoir disposer de tentatives de réponse, qu'ils acceptent ensuite leur publicité, par exemple en les proposant ou les confrontant à celles d'autres élèves, qu'ils testent leur validité, qu'ils produisent enfin une solution, seuls ou à l'issue de moments de coopération ou de confrontation avec leurs pairs. Le processus au cours duquel la responsabilité de la production de la réponse, ou de la solution à un problème, est transférée de l'enseignant aux élèves, a reçu le nom de « dévolution ». Brousseau la définit ainsi : « La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert. » (Brousseau 1998, p. 303).
- 4 La possibilité de la « dévolution d'un problème » n'est pas cantonnée à la seule discipline mathématique ou aux disciplines scientifiques : faire rechercher par des élèves de maternelle comment conserver le souvenir d'une collection d'objets, par des élèves de CP ou de CE1 une technique permettant de déterminer le sujet dans une phrase (programme 2008, p. 32), par des élèves de 1^{re} STG pour quelle raison deux personnes interprètent parfois de manière différente la même image (programme de 2004 de la spécialité « communication » de 1^{re} STG, p. 27), constituent les prémisses de processus de dévolution. On peut ainsi trouver maints autres exemples dans l'ensemble des disciplines scolaires, de la maternelle à l'Université³.
- 5 La dévolution présente, en acte, plusieurs difficultés que l'on peut considérer comme découlant d'un des paradoxes didactiques identifiés par Brousseau. Les élèves doivent, en effet, et comme décrit précédemment, ne tenir leur réponse que des actions sur un milieu, celui du problème, ou des interactions avec d'autres élèves confrontés au même problème. Cependant, la réponse produite doit être conforme au savoir attendu qui, quant à lui, est ignoré des élèves jusqu'à la phase d'institutionnalisation suivant les étapes de la dévolution. L'action « autonome » demandée aux élèves vise pourtant l'apprentissage de ce qu'ils ignorent encore. En effet, même si l'enseignant a évidemment le devoir social d'enseigner ce savoir, il s'est au préalable interdit de le

déflorer, ne serait-ce qu'en l'évoquant ou, à plus forte raison, en en parlant ou en le décrivant ; ceci afin que « la dévolution du problème » puisse avoir lieu. Brousseau décrit cette situation par le paradoxe suivant : « il doit donc communiquer ce savoir sans avoir à le dévoiler, ce qui est incompatible avec une relation contractuelle ».

- 6 Un des termes de la résolution du paradoxe réside en l'existence d'un contrat didactique. Celui-ci stipule entre autres, et de manière implicite, qu'en situation scolaire, l'enseignant organise et constitue un milieu qui révèle plus ou moins clairement son intention d'enseigner un certain savoir aux élèves, mais qui dissimule suffisamment ce savoir et la réponse attendue pour que les élèves ne puissent les obtenir que par une adaptation au problème posé (cf. Brousseau 1998, p. 302). Autrement dit, les élèves savent de façon implicite, et même s'ils rechignent ou protestent de manière plus ou moins visible, que leur engagement dans le problème posé leur permettra, en principe, de rencontrer le savoir que l'enseignant a la responsabilité d'enseigner. De son côté, le professeur accepte que les élèves mobilisent des connaissances antérieures, parfois erronées ou inappropriées, ainsi que des outils, éventuellement construits pour l'occasion et ne relevant pas du savoir, afin que le travail de résolution de la tâche problématique commence.

Cadre théorique et position du problème

- 7 Dans les lignes qui suivent, et au sein de l'enseignement des mathématiques, on s'intéresse au travail mené par le professeur afin de dévoluer aux élèves une situation ou un problème. Il est pour cela nécessaire de préciser tout d'abord les outils théoriques qui servent d'appui pour mener à bien ce travail.

Du générique au spécifique : les niveaux de codétermination didactique

- 8 Les gestes du professeur afin d'enseigner, et le travail d'étude des élèves afin d'apprendre, peuvent être indexés sur des critères disposés le long d'une échelle dont les extrémités représentent respectivement, pour l'une, le pôle de plus grande généralité et, pour l'autre, le pôle de plus grande spécificité.
- 9 L'exemple brièvement exposé dans ce paragraphe permet d'illustrer une gradation entre généralité et spécificité. Au terme d'un long plaidoyer engagé dès 1946 par les Instructions Officielles, il est désormais attendu en France que le professeur, quelle que soit la discipline enseignée, donne le plus souvent à son enseignement la forme d'une « pédagogie active » ; c'est-à-dire que les élèves soient le moins possible « passifs⁴ », cet état de fait étant vu comme résultant d'un enseignement se rapprochant trop du cours magistral. Les gestes de l'enseignant pour une « pédagogie active » se situent à ce stade du côté d'une assez grande généralité dont on devine quelques traits : un problème ou une question à instruire, la mise des élèves en petits groupes, l'autorisation et la facilitation du débat, la désignation de rapporteurs avant des phases de mise en commun, etc. Ces éléments génériques ayant été évoqués, par exemple dans les textes officiels, il est nécessaire de spécifier les conditions à réunir selon le type d'activités attendu des élèves : souhaite-t-on, par exemple, que leur activité soit dirigée vers l'analyse ou la rédaction d'un texte, la résolution d'un problème de mathématiques, l'interprétation d'un phénomène physique ou biologique, etc. ? Avancé d'un niveau

de plus dans la spécification, on s'interroge alors sur le choix du texte à analyser (un poème, un conte, un texte philosophique, etc.), sur le genre du texte à rédiger (descriptif, argumentatif, narratif, etc.), sur le domaine des mathématiques duquel relève le problème (algèbre, statistique, géométrie), etc. Le cheminement vers la spécification se poursuit ainsi.

- 10 Cet exemple évoque le concept de « niveaux de codétermination didactique » proposé par les développements récents de la Théorie Anthropologique du Didactique sous la forme d'une modélisation en neuf degrés, du plus générique vers le plus spécifique (Chevallard, 2010). Ils s'étendent ainsi du niveau de la civilisation à celui du sujet propre au savoir d'un domaine que l'on étudie, dans une école plongée elle-même dans une société donnée ; la « descente » vers le spécifique ne s'arrêtant d'ailleurs pas au dernier des degrés du modèle, celui du sujet, mais pouvant se poursuivre au-delà. Nous n'en dirons pas plus, le lecteur curieux pouvant se reporter à *Éducation & Didactique*, 4.1 et à la bibliographie associée.
- 11 En ce point, les questions qui se posent sont celles de l'action du professeur dans chacun de ces niveaux, des conséquences qui en découlent pour la forme que prend l'étude par les élèves, du milieu sur, et avec lequel, agissent les élèves ; notamment dans le cas où l'activité d'étude leur est dévolue⁵. L'analyse du travail du professeur est en grande partie menée à partir de son action au sein d'une ingénierie passée dans une classe de 3^e. La comparaison de cette séance avec celle de 4^e, qui ne relève pas d'une ingénierie didactique et qui est passée par un autre professeur, fournit des résultats portant sur les choix différents faits pour faire entrer les élèves dans un processus de dévolution et les conséquences induites.

Un modèle de l'action didactique

- 12 Identifier les niveaux de codétermination didactique à l'intérieur desquels se déroule l'action du professeur est nécessaire ; la Théorie Anthropologique du Didactique fournit les outils pour cela. Il faut encore, et si l'on souhaite une description plus approfondie de l'action du professeur en chacun de ces niveaux, se tourner vers une autre modélisation, non contradictoire avec le cadre théorique précédent, et à laquelle référer les observables. On choisit pour cela la proposition de modèle de l'action didactique du professeur donnée par Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni (2000). L'action du professeur est décrite comme étant structurée autour de quatre éléments fondamentaux : définir, réguler, dévoluer, instituer. L'engagement du professeur dans ces types de tâches didactiques permet l'accomplissement de trois fonctions essentielles à la relation didactique, identifiées dès les années 1980⁶ : « produire les lieux du professeur et de l'élève (effet de topogénèse) ; produire les temps de l'enseignement et de l'apprentissage (effet de chronogénèse) ; produire les objets des milieux des situations et l'organisation des rapports à ces objets (effet de mésogénèse) ». (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni 2000, p. 267).
- 13 C'est donc en cherchant à la fois à situer le lieu de l'action du professeur, c'est-à-dire le niveau de codétermination didactique spécifiant le cadre qui lui est afférent, et à identifier les gestes de définition, régulation, dévolution, et institutionnalisation qu'il est amené à accomplir que le contenu des lignes qui suivent tente de décrire l'action du professeur au cours de diverses situations de dévolution.

- 14 Une remarque reste encore à faire : l'engagement du professeur dans un des quatre grands types de tâches didactiques propres au modèle présenté ci-dessus n'est pas exclusif de son engagement simultané dans un des trois autres types de tâches restants. La tâche d'un autre type joue alors le rôle d'élément technique permettant l'accomplissement de la tâche principale. Par exemple, il est possible que la tâche consistant à institutionnaliser en classe des connaissances, pour les transformer en savoir à apprendre, nécessite d'user de la régulation de différents rapports personnels à ce savoir ayant émergé au cours de la phase de travail personnel des élèves qui a précédé. Ainsi, étudier le travail du professeur dans les phases de dévolution peut-il conduire à identifier son engagement simultané dans des tâches relevant de la définition, de la régulation ou de l'institutionnalisation.

La dévolution de problèmes : deux cas différents et les outils méthodologiques pour leur observation

- 15 Dans les deux cas observés, l'auteur de ces lignes n'est ni le concepteur de l'enseignement proposé ni le professeur qui le met en œuvre en classe.
- 16 Le scénario « standard » attendu de l'enseignement des mathématiques est décrit de manière récurrente depuis une quinzaine d'années dans les divers programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire (cf. Chevallard 2002, cours de l'école d'été de 2001). Il suit le triptyque : activités, souvent dites « introductives » par les enseignants, courte synthèse constituant le cours proprement dit et noté par les élèves, puis exercices d'application. Dans son cours de 2001, Chevallard note que cette organisation succède à l'ancienne forme « cours-exercices » dont on trouve encore quelques traces : par exemple les professeurs continuent de ne demander aux élèves que l'utilisation de deux cahiers, l'un de cours, l'autre d'exercices. L'heure de cours, ou plutôt les 55 minutes d'une séance dans le secondaire, constitue alors une sorte d'unité temporelle au cours de laquelle les professeurs tentent de réaliser ces trois phases. Par ailleurs, les activités proposées aux élèves sont guidées et suivent généralement la forme d'un problème qui se décline en diverses questions ; la différence principale tient au fait que ce type de « problème – activité » est posé aux élèves en début d'étude, et non après que le savoir a été présenté dans le cours, comme il est d'usage. À l'issue de leur recherche, le professeur déclare que les élèves ont, par leur activité, construit des connaissances mathématiques nouvelles qu'il convient de stabiliser en les notant, sous son contrôle, dans leurs cahiers de cours. Cette forme d'enseignement, très répandue, a reçu le nom « d'ostension déguisée » (cf. Berthelot et Salin, 1992). Deux conséquences didactiques résultent de cette manière d'enseigner : la recherche par les élèves ne peut guère durer que le temps de la classe, en ne comptant que sur les seules ressources disponibles constituées de leurs connaissances antérieures, et l'enseignement ne peut guère porter que sur des pans de savoir suffisamment « calibrés » pour être étudiés dans l'heure. L'enseignement apparaît alors comme celui d'une succession de « sujets » au sein de laquelle le sens général, obtenu par des mises en rapport, risque de se perdre.

Les contextes d'une ingénierie sur les systèmes de deux équations à deux inconnues en 3^e et de son observation

- 17 L'ingénierie proposée, relative à l'enseignement d'une partie du programme de 3^e et conçue à l'origine par une équipe constituée autour de Mercier, vise à lever certaines de ces contraintes. La séquence observée prend ainsi place au sein d'un dispositif qui se décline en trois tableaux marquant les divers temps d'une étude qui s'étend sur quatre à cinq séances de 55 minutes, sans que chacune d'elles soit ponctuée d'un « cours » ayant pour fonction l'institutionnalisation du savoir. Lors du premier tableau observé ici, les élèves sont engagés dans la résolution d'une série de problèmes, et non pas dans une seule activité guidée, comme il est d'usage dans l'enseignement « standard », et obéissant à la règle temporelle des trois phases en 55 minutes. La feuille de problèmes distribuée aux élèves est accompagnée de l'avertissement suivant :

Les problèmes proposés relèvent tous d'une même « classe de problèmes », ce qui signifie qu'il existe une méthode générale de résolution de tous ces problèmes. Ils sont proposés à votre étude afin que, en cherchant une méthode pour en résoudre un, vous vous fassiez une idée des mathématiques qui sont au programme puis, en cherchant à les résoudre tous avec l'aide de vos camarades et sous la direction de votre professeur, vous puissiez découvrir par vous-même une partie des mathématiques du programme de votre classe.

Ces problèmes sont choisis de telle manière que vous puissiez résoudre certains d'entre eux avant même de connaître une méthode mathématique valable pour tous : en effet, pour chacun d'eux, vous pouvez vérifier par vous-même si votre réponse est juste.

- 18 Les élèves sont, comme dans le cas d'un enseignement traditionnel, engagés à utiliser leurs seules connaissances antérieures, mais la recherche sera plus longue et ils « découvriront par eux-mêmes une partie des mathématiques du programme », sans qu'on leur dise comment, si ce n'est que cette découverte s'accomplira « sous la direction de votre professeur » et « avec l'aide de leurs camarades ». En fait, à travers des problèmes du premier degré à deux inconnues qui leur sont proposés, sans qu'ils puissent les identifier ainsi au premier abord, on vise la rencontre et la construction des techniques de résolution de systèmes du type

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Pour rechercher ces problèmes, les élèves ne disposent que de la connaissance des équations du 1^{er} degré à une inconnue, étudiées dans la classe précédente mais auxquelles l'expérience montre qu'ils ne recourent pas dans un premier temps, et de leurs connaissances arithmétiques élémentaires venues des classes antérieures. L'idée sur laquelle s'appuie l'ingénierie est celle qui préside à leur conception en théorie des situations didactiques : le savoir doit apparaître comme la stratégie optimale pour gagner contre le milieu. Le professeur ne s'interdit pas d'intervenir, mais alors non pour « souffler » une réponse et faire croire qu'elle provient des élèves (effet Topaze), mais pour fournir certains outils nécessaires lorsque les élèves en ressentent le besoin. Par exemple, lors du deuxième tableau, pour

suggérer le recours à la lettre x ou la lettre y lorsque les élèves commencent à tester une modélisation des problèmes par des équations.

- 19 La professeure, notée P dans la transcription, et qui a la charge de l'enseignement dans la classe de 3^e observée, n'est pas la conceptrice du dispositif didactique. Professeure chevronnée ayant une quinzaine d'années d'expérience et travaillant dans le même établissement qu'un des membres de l'équipe, elle a accepté cette « prise de risque ». En effet, comme il a été dit, ce type d'enseignement des mathématiques est inhabituel à ce niveau et la professeure sait que les risques didactiques encourus sont nombreux : constater que les élèves ne parviennent à résoudre, ni même à rechercher les problèmes, perdre un temps précieusement compté pour enseigner l'intégralité du programme, improviser une gestion de classe dont elle n'est pas coutumière, décider si elle doit ou non intervenir – et jusqu'à quel point – dans les connaissances en cours d'élaboration par les élèves, etc. Aussi, il a été décidé qu'elle pourra à tout moment, et si elle le juge nécessaire, sortir du cadre de l'ingénierie et revenir à la forme d'enseignement habituelle.
- 20 Le travail de P consiste seulement, après en avoir pris connaissance et l'avoir acceptée, à « mettre en œuvre » l'ingénierie *hic et nunc* dont les documents lui ont été fournis, éventuellement complétés par des entretiens préalables avec l'équipe les ayant conçus. Sur les feuilles distribuées aux élèves, le dispositif a reçu le nom de « banque de problèmes ». L'ensemble des séances ont été filmées et transcrites, et les productions des groupes d'élèves ont été photocopiées au fur et à mesure de l'avancée dans l'ingénierie. Le matériau empirique sur lequel s'appuie l'analyse présentée dans cet article utilise ces types de supports. Par ailleurs, entre deux des séances de la passation de l'ingénierie, la professeure a régulièrement rencontré un des membres de l'équipe, afin d'organiser un « débriefing », recueillir ses réactions après la séance et ses anticipations pour celle qui suivra. Les enregistrements audio de ces entretiens ont été transcrits mais ne sont pas utilisés dans ce texte. Les films ont été fournis à l'auteur de ces lignes qui n'était ni le concepteur de l'ingénierie, ni l'observateur de sa passation en classe.

Les contextes d'un enseignement du développement de $(a + b)(c + d)$ en 4^e et de son observation

- 21 Contrairement à la situation précédente, le professeur observé durant la séance est aussi, en partie, le concepteur de l'enseignement dispensé. L'observation est réalisée au cours d'une visite faite à un professeur stagiaire. Celle-ci revêt une certaine importance puisqu'elle conditionne en grande partie la validation de son année de formation en IUFM (l'observation est antérieure à la mise en œuvre, en France, du processus dit « de mastérisation » de la formation des enseignants). Compte tenu de l'enjeu, on peut raisonnablement imaginer, sans qu'on en ait eu confirmation, que le professeur stagiaire a été aidé, dans sa préparation, par son conseiller pédagogique. Il ne s'agit plus de la mise en œuvre d'un dispositif d'ingénierie pensé par une équipe de didacticiens, mais d'un travail « de terrain » porté par la volonté de montrer à celui qui observe le meilleur de ce savoir-faire, avec les reproches ou imperfections qui pourraient lui être adressés.
- 22 Pour cette raison, cet exemple présente un double intérêt : il permet de montrer que des phases de dévolution ont lieu au cours de la pratique enseignante courante, et

surtout, il oblige à regarder d'un autre point de vue le travail du professeur relativement à la dévolution. En effet, en opposition à l'exemple précédent, le professeur retrouve ici la fonction qu'il avait perdue ; celle d'être aussi concepteur de situations d'enseignement. Cette dimension nous contraint à prendre en compte le fait que le travail du professeur consiste aussi à penser *a priori* les dimensions topogénétiques, chronogénétiques et mésogénétiques au sein du projet d'enseignement qu'il conçoit. Il ne se réduit plus, seulement, comme lors de la mise en œuvre d'un dispositif pensé par d'autres, à la prise de décision en acte, au cours du fil des interactions didactiques en classe. Lui incombe aussi la charge de la création et de la planification *a priori* du processus de dévolution. La séance de 55 minutes a été enregistrée sur un magnétophone. Elle s'accompagne de la prise de notes de ce qui ne peut être enregistré : les écrits au tableau, les mouvements du professeur, les propos de certains élèves, les incidents éventuels, etc. L'ensemble, constitué de l'enregistrement et de la prise de notes, permet la transcription de la séance observée ; elle constitue le document empirique à partir duquel l'étude qui suit est menée.

- 23 La séance observée en classe de 4^e débute par trois petits travaux demandés aux élèves. Tout d'abord, ils doivent résoudre l'équation

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 83 \end{cases}$$

- 24 Puis, ils passent à la résolution de l'équation $x^2 = x^2 + x - 2$. Enfin ils ont à rechercher un problème de géométrie mobilisant leur connaissance du théorème de Thalès. C'est au cours de la résolution de ce dernier problème que les élèves rencontreront une tâche problématique pour eux, et dont la résolution constitue l'enseignement visé : savoir développer une expression du type $(a + b)(c + d)$.
- 25 Ces trois premières parties, assez disparates au regard de l'organisation du programme, sont relatives à des savoirs anciens. Elles ne posent guère de difficultés aux élèves et se déroulent toujours selon le même scénario. Après un court temps de recherche individuelle, un élève est désigné pour exposer sa solution au tableau. À la fin de la correction, le professeur interroge la classe pour savoir si certains n'ont pas su résoudre la tâche demandée. Comme les élèves répondent qu'ils ont su, ce que le professeur vérifie au cours de son déplacement dans la classe, on passe au problème suivant.
- 26 Les techniques que ces travaux mobilisent ont été institutionnalisées à l'occasion des précédents chapitres de la progression. Du point de vue du professeur, les deux exercices portant sur les équations ont pour but de faciliter le travail algébrique des élèves qui les conduira à rencontrer, au cours du problème de géométrie qui l'amène ensuite, la nécessité de du développement de $(x - 1)(x + 2)$ pour résoudre l'équation $(x - 1)(x + 2) = x^2$.

$$\frac{x}{x+2} = \frac{3}{4}$$

La résolution de l'équation

$$\frac{x-1}{x} = \frac{x}{x+2}$$

demandée tout d'abord aux élèves, a pour but de s'assurer de leur familiarité avec des équations portant sur des écritures fractionnaires, et à lever une éventuelle difficulté technique si elle devait apparaître. En effet, l'application du théorème de Thalès dans le problème de géométrie aboutira à une équation de ce type :

- 27 Une étape de sa résolution passe par le développement de l'expression $(x - 1)(x + 2)$ pour pouvoir résoudre l'équation $(x - 1)(x + 2) = x^2$; ce développement constitue la tâche problématique dont la technique est l'objet d'enseignement. Celui-ci ouvre la voie à la recherche des techniques permettant de développer toutes les expressions du type $(a + b)(c + d)$, a , b , c et d étant des nombres relatifs. La poursuite de la résolution de l'équation $(x - 1)(x + 2) = x^2$ conduit à l'équation $x^2 = x^2 + x - 2$ résolue dès le deuxième problème ; ce qui signe, du point de vue du professeur, que cette séance est construite comme un prétexte pour l'enseignement du développement d'expressions du type $(a + b)(c + d)$. Mais un prétexte qui fait rencontrer aux élèves, en acte, la nécessité de connaître ce développement. Le message adressé aux élèves par le professeur est donc le suivant : sans cette connaissance, certains problèmes ne peuvent être résolus. En retour, il est attendu des élèves qu'ils s'aperçoivent que cette connaissance mérite d'être étudiée.
- 28 Du point de vue des élèves, on pourrait penser que répéter des exercices déjà rencontrés est une situation qui ne fait pas avancer le temps didactique et devient lassante ; elle ne saurait se prolonger trop longtemps au risque d'une rupture du contrat didactique. On sait en effet, depuis *La transposition didactique*, qu'une des clauses du contrat didactique stipule la nécessité de relancer continuellement l'étude par l'introduction de nouveaux objets de savoir ; et ce n'est pas le cas durant le temps de cette recherche des trois exercices qui occupe la première demi-heure de la séance. Cependant, cette clause peut aussi expliquer la docilité apparente des élèves. En attente du savoir nouveau que le professeur ne manquera pas de faire advenir, puisqu'il en a la charge et que les élèves le savent, ils peuvent penser qu'il est en train de s'assurer de la bonne maîtrise par les élèves de techniques précédemment enseignées.
- 29 Ainsi, les élèves sont-ils pris tout d'abord dans des *moments de travail des techniques*. En montrant à la classe la maîtrise imparfaite qu'elle a de certains points techniques, le professeur et les élèves sont ensuite engagés dans *un moment d'évaluation*. L'ostension de certains aspects problématiques, toujours présents car donnés à voir au tableau – par exemple ceux relatifs à la rédaction de la vérification de la solution trouvée pour chacune des deux équations, à « l'instanciation » du théorème de Thalès et à l'écriture

des rapports qui en découlent –, puis la régulation par le professeur qui corrige ces erreurs, fournissent temporairement une justification du travail qu'a suscité le professeur dans la classe en montrant à tous que persistaient des éléments encore insuffisamment connus des élèves.

- 30 Ils sont ainsi enrôlés dans l'une des clauses du contrat didactique qui, s'appuyant sur la fiction d'une organisation séquentielle de l'ordre didactique, stipule que l'on ne saurait avancer dans l'étude avant de s'être assuré que l'on maîtrise convenablement les savoirs anciens indispensables à l'étude du nouveau. Il est de la responsabilité du professeur de s'en assurer, et de la responsabilité des élèves de satisfaire cette clause relative à leur apprentissage. Cette phase joue, du point de vue des élèves, le rôle d'une sorte de propédeutique pour un savoir nouveau dont ils attendent la venue.

Enrôler les élèves dans un jeu en suivant les règles du contrat qui le définissent

- 31 La phase d'attente et de familiarisation qui vient d'être décrite pour ces élèves de 4^e se retrouve, mais sous une autre forme, au cours de la séance observée en 3^e. En effet, si le professeur de 4^e fait parcourir par ses élèves divers niveaux d'organisation du savoir mathématique correspondant à une assez grande spécificité – les équations se ramenant au 1^{er} degré, l'utilisation du théorème de Thalès –, la professeure qui organise la mise en œuvre de l'ingénierie didactique en 3^e leur fait parcourir ou les maintient dans des niveaux de codétermination didactique d'une plus grande généralité. C'est ce que montre l'analyse du déroulement de cette phase.
- 32 En même temps qu'elle distribue, en début de séance, les feuilles explicitant la forme du travail demandé aux élèves et mentionnée précédemment, la professeure commente : « On va faire la recherche pour ce travail. Je vais vous distribuer les deux premières feuilles, des belles feuilles perforées ! Je vous demanderai de soigner ça, parce que ces documents vont devenir vos documents, et comme c'est un support de travail qui va amener à travailler des notions du programme de 3^e, ces documents seront dans le classeur comme les fiches que je vous donne d'habitude. »
- 33 Le propos de P, qui fait référence à des objets d'un dispositif didactique particulier (vos documents, classeurs, fiches que je vous donne), renvoie à l'organisation de l'enseignement en vigueur dans la classe. Ce trait est souligné par l'utilisation du terme « d'habitude ». La seule transcription du propos de P ne permet pas d'accéder à la connaissance des rôles précis assignés à ces objets, dans la forme prise par l'enseignement dans cette classe : puisque c'est précisément « habituel », ou routinier, il n'est point besoin d'en savoir davantage, tout le monde ayant compris de quoi il retourne ! Cependant, on peut raisonnablement inférer que ces objets marquent, à leurs manières, la réalisation des trois phases qui, comme il a été dit, définissent, selon la volonté institutionnelle explicitement mentionnée dans les Instructions officielles, l'enseignement des mathématiques au collège : des activités, une courte synthèse constituant le cours proprement dit, des exercices et problèmes. Dans cette séance, les feuilles distribuées, indique P, sont « un support de travail » *amenant* aux « notions du programme de 3^e ». Elles ont un statut, celui des « fiches que je vous donne d'habitude », et vont donc demeurer « dans le classeur » ; ce qui situe sans doute leur niveau d'importance et le comportement des élèves à leur égard au cours du travail. Elles relèvent donc, au sein de l'organisation ternaire « activité – synthèse –

exercices », des instruments (supports de travail, fiches) relatifs aux « activités ». On voit donc que, dès le début de la séance, la professeure se place, et place en retour les élèves, au niveau de codétermination didactique propre à l'enseignement des mathématiques ; soit le niveau de l'organisation pédagogique de l'enseignement des mathématiques.

- 34 Ce positionnement l'autorise à trouver un point d'appui pour *définir* ce qu'elle attend des élèves : ces feuilles *réfèrent* aux fiches d'activité. Pour qui adhère au contrat didactique, qui sait par conséquent en saisir l'implicite, la professeure a dès lors « montré » dans quel type de pratiques vont devoir s'engager les élèves : travailler, comme on le fait d'ordinaire, avec les fiches d'activité. Ce faisant la professeure *définit* certains termes du contrat que les élèves devront suivre : ceux relatifs au niveau de codétermination didactique en lequel elle s'est placée.
- 35 Dans le cas présent, l'action de définir permet de créer deux dimensions de l'espace didactique, la première prenant sans doute le pas sur la seconde. Tout d'abord, en rappelant des objets référant à des pratiques, c'est le rôle assigné à chacun dans le déroulement de ces pratiques qui est indirectement évoqué ; ce rappel produit ainsi un effet topogénétique. De ce point de vue, la phrase « les fiches que je vous donne d'habitude » et l'usage des deux pronoms personnels qu'elle contient, fixent les places de professeur et d'élève : la professeure donne les feuilles comme elle donne d'ordinaire les fiches, et les élèves se comportent et agissent avec ces feuilles comme ils ont l'habitude de faire avec les fiches. Le *topos* de chacun est *défini* par l'appel au souvenir de « ce qui se fait lorsqu'on distribue des fiches aux élèves ». La professeure de 3^e a ainsi placé les élèves dans un niveau d'assez grande généralité, contrairement au professeur de 4^e qui, à travers les problèmes qu'il propose à la classe, les place d'emblée dans certains niveaux plus spécifiques ; même si des éléments propres à des niveaux plus généraux interviennent eux aussi (par exemple, les élèves doivent s'engager dans les activités proposées écrites au tableau, puis doivent montrer leurs réponses à la classe lorsque le professeur les désigne, etc.).
- 36 Secondairement, et de manière indissociable d'avec la première composante topogénétique, sont esquissés des objets pour l'action ; ou tout au moins les objets de la partie d'une action pouvant paraître, il est vrai, futile et pauvre au regard de l'activité mathématique proprement dite. « Ces documents seront dans le classeur comme les fiches » dit P. Autrement dit, les élèves devront agir avec ces documents, considérés comme objets matériels et non à travers leur contenu, comme ils le font avec les feuilles appelées « fiches » qu'ils rangent dans leurs classeurs. C'est ce que précise, dans les instants qui suivent, la professeure elle-même : « P : Je vous suggère de les ranger dans la partie « activités – cours », et « cours »... Heu, comme on fait avec les feuilles bleues... Comme on a l'habitude avec les feuilles que je vous donne. »
- 37 Ceci peut être considéré comme très banal au regard d'une certaine hauteur de vue supposée entourer les actes d'enseignement et d'apprentissage ! Mais si l'on veut bien garder à l'esprit que la professeure s'exprime depuis le niveau de codétermination relevant de l'organisation de l'enseignement de sa discipline tout entière – niveau doté donc d'une assez grande valeur de généralité –, on conviendra qu'elle ne peut guère transmettre plus de gestes d'action pour l'étude que ce que ce niveau lui autorise. Dans le cas présent, une action de rangement des feuilles dans un classeur, afin de satisfaire le principe qui veut que le régime ternaire « activité – synthèse – exercices » soit

souligné par l'attribution de lieux distincts de classement des traces écrites relatives à chacune des trois phases.

Entrée dans la recherche des éléments d'un milieu

- 38 À l'issue de la première intervention de P en direction de la classe de 3^e, si l'effet de topogenèse est certain, l'effet de mésogenèse est donc, quant à lui, faible. Il ne permet pas la dévolution d'un milieu assez riche pour provoquer les interactions, ou « adaptations », qui conduiront à l'enseignement visé. Un tel milieu nécessite la présence d'objets *pertinents* et *sensibles* (Mercier 1998, p. 288) relevant de milieux issus de niveaux de codétermination didactique plus spécifiques. C'est le cas par exemple du milieu pour l'action dans la classe de 4^e propre à la résolution de l'équation

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 83 \end{cases}$$

- 39 Les objets sensibles sont de l'ordre du but à atteindre par les élèves, qui constitue un enjeu de la vérification de leur apprentissage personnel : trouver la ou les valeurs de la solution, vérifier sa validité. Les objets pertinents sont ceux qui permettent l'atteinte de ce but et dont on se sert parce que leur connaissance, appelée par le mot « équation » et son écriture algébrique, est assurée : utiliser des produits en croix, développer $3(x + 2)$, etc.
- 40 Revenant au cas de l'enseignement en 3^e c'est, au contraire, en grande partie sous sa propre responsabilité qu'est confiée dans un premier temps à chaque élève la tâche de déterminer les objets d'un milieu adéquat. Tandis que les élèves lisent la feuille « avertissement » qui plante le décor du travail attendu, P poursuit son petit discours qui laisse alors, en raison de la forme interrogative qu'il prend, un peu plus d'espace pour l'expression des élèves. Compte tenu de la rapidité de l'échange et la simultanéité des interventions, les propos des élèves n'ont pu être tous convenablement saisis lors de l'enregistrement vidéo :
- P : Quel est le mot qui est un critère ? E : ... P : Hein, c'est le mot banque ? E : ... P : Non ? E' : ... P : Qu'est-ce qui te fait peur ? E'' : Calcul P : Vous pensez, parce que c'est intitulé « banque de problèmes », que ça a un rapport direct avec des calculs, non ?
- 41 Lorsque P parle d'un mot qui serait un critère, cela est donc compris des élèves comme une injonction à chercher un mot leur permettant de mieux comprendre ce qui est attendu d'eux et de commencer à créer un milieu et des ressources pour l'attaque des problèmes. Il est assez significatif que la réponse d'un élève invoquant le mot « calcul » qui, par ailleurs, n'est nullement mentionné dans le texte de « l'avertissement », renvoie à un grand domaine des mathématiques ; ce qui lui permettrait de se placer au niveau de codétermination didactique immédiatement plus spécifique que le niveau précédent : « il s'agirait donc de problèmes de calcul, et non de géométrie » peut-il se dire. Cette progression vers le spécifique permettrait de circonscrire fructueusement le milieu à celui, familier, du calcul, et de commencer ainsi à répondre à la question « que nous demande-t-on au juste ? » Mais P refuse que l'on procède ainsi ; sans doute parce

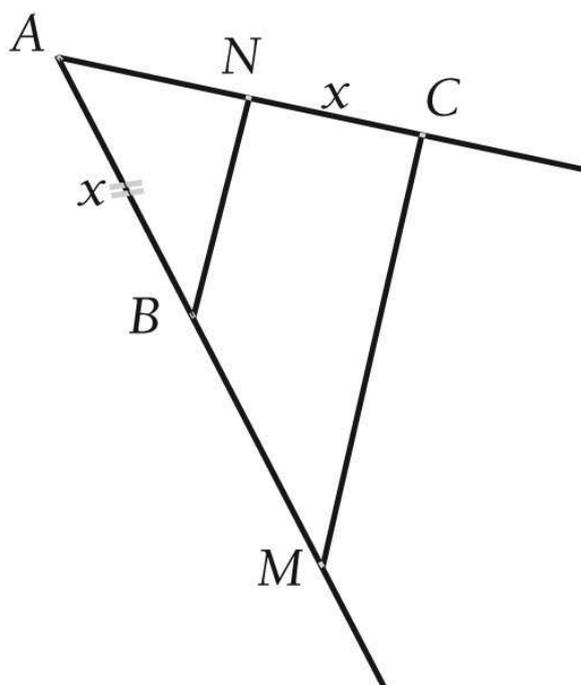
qu'aucune indication du texte n'autorise légitimement à le faire. P est donc conduite à justifier l'usage de l'expression « banque de problèmes » par la fonction de stockage ou de compilation d'argent d'une banque : « P : Alors voilà, il y a une compilation de problèmes qui va vous être proposée. Bien sûr, cette compilation, ce sont des problèmes de même type. L'objectif, le but du jeu, c'est que vous trouviez une méthode qui permette de résoudre tous ces problèmes. Pendant que je vais vous distribuer la deuxième feuille sur laquelle, hein, il y a le premier tableau, le premier problème que l'on va faire aujourd'hui, vous allez lire attentivement la première partie. »

- 42 À travers cette intervention, P tend à maintenir les élèves au sein d'un niveau plus générique que celui du domaine du « calcul » évoqué par l'élève qui associe ce niveau au mot « banque ». Il s'agit pour P de revenir à un niveau relatif aux mathématiques et à ce que l'on y fait lorsqu'on tente de trouver une méthode générale de résolution pour une classe de problèmes du même type. C'est bien là une des tâches génériques de l'activité mathématique, et son évocation par P contribue encore une fois, et en le précisant, à *définir* le *topos* des élèves. L'intervention de P, parce qu'elle préserve les chances pour une dévolution aux élèves d'une authentique activité mathématique – dévolution qui n'a pas encore eu lieu à cet instant –, joue donc un rôle de *régulation* des rapports que les élèves sont en train d'établir à la situation.

La dévolution aux élèves de la responsabilité d'une mésogénèse

Dans la classe de 4^e

- 43 Après que les élèves ont résolu les deux équations proposées, le professeur les engage à résoudre le problème suivant dont il ne donne que la figure au tableau tout en la commentant ; la complexité de son énoncé en français est sans doute jugée par le professeur trop coûteuse en temps d'explications, et ce n'est pas pour lui, à cet instant, un objectif d'enseignement. Pour une compréhension plus commode par le lecteur, l'énoncé est ici donné en accompagnement de la figure.



- 44 La séance reprend son cours selon la forme d'activités dirigées en vigueur depuis le début de l'heure :

P : Je vous laisse chercher. Prenez votre cahier de brouillon et cherchez. Un élève : M'sieur, $(BN) // (MC)$, on doit s'en servir ou pas ? P : Si, si, pour ce triangle on dit que c'est vrai. D'autres élèves demandent s'ils doivent se servir de théorèmes tels que Thalès ou Pythagore. P répond : On doit s'en servir.

- 45 Au bout de quelques minutes de recherche, P demande : « Qui a une idée ? » Trois doigts se lèvent et un élève est envoyé au tableau. Après qu'il a exposé son travail, que l'on s'est mis d'accord sur l'écriture convenable, phase qui dure plusieurs minutes au cours desquelles les échanges sont faits de propositions, d'erreurs et de corrections, les traces écrites au tableau sont les suivantes :

- 46 Dans AMC , comme $(BN) // (NC)$, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BN}{MC} = \frac{AN}{AC} = \frac{AB}{AM}$$

$$\frac{x - 1}{x} = \frac{x}{x + 2}$$

- 47 $(x - 1) x (x + 2) = x^2$

48 Cette étape se conclut ainsi :

P : Est-ce que tout le monde est d'accord ? Plusieurs élèves répondent que oui. P : Ces parenthèses-là, comment on fait pour les supprimer ? Des élèves répondent : C'est la distributivité ! P : Oui, c'est la distributivité. La distributivité c'est quand y'a un nombre multiplié par une expression entre parenthèses. Là, on a deux parenthèses multipliées entre elles !...

49 Arrivé en ce point, le problème dont la réponse constitue l'enseignement visé est en passe d'être dévolu. Néanmoins, si les élèves se sont aperçus que la poursuite de la résolution de l'équation $(x - 1)(x + 2) = x^2$ nécessite de « supprimer » les parenthèses qui figurent dans le membre de gauche, ils n'ont pas encore identifié la technique qui le permet en tant qu'élément problématique relativement aux connaissances dont ils disposent. Les éléments d'un milieu apparaissent pourtant : « c'est la distributivité ! » dit un élève, distributivité appelée sans doute par la nécessité de transformer un produit en somme. Mais la technique qui s'appuie sur elle, et que les élèves connaissent pour l'avoir étudiée dans la classe précédente, en 5^e, ne s'applique, en vertu de leurs connaissances antérieures, qu'au cas où l'expression est de la forme $x(x + 2)$, et non de la forme rencontrée dans l'équation : $(x - 1)(x + 2)$. C'est précisément le but de la séance que de trouver comment utiliser judicieusement la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans ce dernier cas.

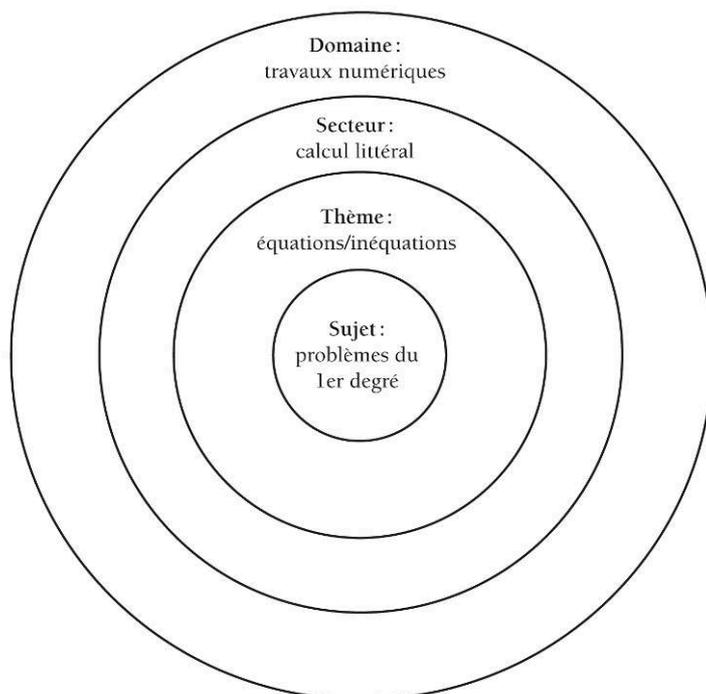
Dans la classe de 3^e

50 La feuille contenant les problèmes est désormais distribuée à tous les élèves :

Premier tableau

<i>Premier problème</i>
À la clinique « la Sauvegarde », il n'y a que des chambres à un lit et des chambres à deux lits. Aujourd'hui la clinique est complète : vingt malades occupent tous les lits des 13 chambres.
Combien de chambres à un lit et de chambres à deux lits y a-t-il à la Sauvegarde ?
<i>Deuxième problème</i>
Un grand hôtel dispose de 50 chambres et peut recevoir 83 personnes. Il y a des chambres pour une personne et des chambres pour deux personnes.
De combien de chambres pour une personne et de combien de chambres pour deux personnes dispose cet hôtel ?
<i>Troisième problème</i>
Dans un refuge de montagne, il n'y a que des chambres à deux lits et des chambres à 4 lits. Aujourd'hui elle affiche complet, 30 randonneurs occupant tous les lits des 12 chambres du refuge.
Combien de chambres à 2 lits et combien de chambres à 4 lits y a-t-il dans le refuge ?
<i>Quatrième problème</i>
Dans une colonie de vacances il y a des dortoirs de 5 lits et des dortoirs de 7 lits. Il y a 79 dortoirs et 469 enfants dans la colonie, où il n'y a plus un lit libre.
Dans cette colonie de vacances, combien y a-t-il de dortoirs à 5 lits et de dortoirs à 7 lits ?

- 51 La simple ébauche de sa lecture autorise désormais les élèves à se situer au niveau de codétermination didactique correspondant au domaine du calcul. Ce changement de niveau induit deux conséquences qu'exploite la professeure.
- 52 La première est relative à l'effet chronogénétique produit. La professeure décide d'accélérer le temps didactique : celui de la première feuille est révolu. Tout le monde ayant compris ce que P appelle « le but du jeu », une phase de régulation n'est pas nécessaire ; il s'agit maintenant de passer à l'acte, de « jouer » effectivement. Les élèves vont donc devoir entrer dans une nouvelle temporalité, dont la durée est fixée par P (« dix minutes, un quart d'heure maxi »), afin de « travailler assidûment » : « on cherche » !
- 53 Se plaçant au niveau de codétermination didactique correspondant au domaine du calcul, P évoque des éléments du milieu qui lui est associé, et dont pourront se servir les élèves : écrire, « faire des schémas » et, bien entendu, « utiliser la calculatrice ». Le changement de niveau s'accompagne ainsi d'un effet de mésogenèse. Mais c'est aux élèves qu'incombe la responsabilité d'organiser le milieu et les moyens de leur action sur celui-ci selon qu'ils le souhaitent ou non : par exemple, le recours à la calculatrice est possible, « s'il vous semble qu'elle vous est utile » dit P. La mésogenèse est donc désormais pour partie à la charge des élèves. En indiquant aux élèves leur *topos*, c'est-à-dire le lieu qui leur est assigné, à travers l'évocation de quelques objets du milieu avec lesquels ils pourront interagir, tout en laissant un flou sur le milieu qu'ils devront effectivement y trouver, ou plutôt construire, c'est encore un geste de dévolution qu'accomplit la professeure.
- 54 S'être placé au niveau de codétermination d'un vaste domaine des mathématiques, le calcul, n'interdit pas de revenir, lorsque nécessaire, à des éléments d'un niveau encore plus ample. Par exemple, avant que les élèves se mettent effectivement à chercher les problèmes, le professeur continue de réguler l'action à venir des élèves en donnant des indications qui relèvent du niveau de codétermination correspondant à la pédagogie générale en usage dans cette classe de mathématiques : utiliser une feuille simple, y noter la référence de l'exercice, changer de feuille avec l'exercice, utiliser du brouillon, ne pas perdre du temps à soigner son travail, etc.
- 55 La référence au programme de la classe de 3^e alors en vigueur (B. O. n° 10 hors série du 15 octobre 1998) permet de préciser les niveaux de codétermination didactique dans lesquels sont pris les problèmes proposés aux élèves dans ce premier tableau. Suivant le texte du programme, ils sont issus du sujet « Résolution de problèmes du premier degré ou s'y ramenant », inclus dans le thème « Équations et inéquations du premier degré », partie prenante du secteur « Calcul littéral », le tout constituant un sous-ensemble du domaine « Travaux numériques » que nous avons désigné auparavant sous le terme commode de « calcul ». Un schéma, qui ne traduira qu'imparfaitement une réalité plus complexe, permet cependant de fixer les idées :



- 56 À ce stade de la dévolution, la professeure s'interdit de pénétrer dans des niveaux inclus dans celui du domaine « Travaux numériques » à l'intérieur duquel la distribution de la feuille d'exercices les a placés, elle et les élèves. Par exemple, dès le début de la recherche des problèmes, une élève, Sarah, pose une question à P qui provoque sa réaction : « P : C'est mon appréciation que vous allez chercher-là, si je commence à vous apporter des éléments aussi importants ! Vous avez entendu la question de Sarah ? Des élèves : Non ! P : C'est : "Est-ce qu'il y a une seule réponse possible ou est-ce qu'il peut y en avoir plusieurs ?" C'est à vous de chercher ; peut-être de trouver tout de suite, ou peut-être de trouver demain la réponse à la question qu'elle vient de poser. Ce serait dommage que je donne des réponses comme cela. »
- 57 Un tel refus de répondre peut être évidemment regardé comme un renvoi à des règles prévalant au niveau de la discipline mathématique tout entière : certains problèmes peuvent être résolus de plusieurs manières et le professeur ne veut pas dévoiler si c'est le cas ici. On peut donc interpréter la réaction de P comme un refus d'indiquer si existent ou non plusieurs voies pour parvenir à la réponse attendue. Mais une autre interprétation est possible. Elle consiste à comprendre la question « Une seule réponse ou plusieurs possibles ? » comme portant sur le nombre de possibilités de solutions numériques. Or il est rare, à ce niveau du cursus notamment, que la « réponse » soit plurielle ; c'est-à-dire que plusieurs nombres soient solutions.
- 58 Le refus de réponse de la professeure signe un geste topogénétique qui consiste à faire comprendre que le « territoire » des élèves contient, parmi toutes les tâches qui leur incombent, celle de construire le milieu adéquat pour la résolution de ces problèmes. Ils ont donc, pour le travail qui leur est dévolu, à se placer par eux-mêmes au sein des secteurs, thèmes et sujets qui leur fourniront les éléments pour ce milieu, mais qu'ils ne connaissent pas encore, puisque c'est justement le but assigné à la tâche qui leur est demandée. Vaste recherche à laquelle s'attellent pourtant les élèves de la classe !

- 59 Les élèves ont à organiser cette recherche depuis le seul niveau de codétermination didactique relatif au domaine des « Travaux numériques ». L'observateur pourrait donc leur attribuer une bonne dose de confiance, de bonne volonté... ou d'inconscience pour se jeter ainsi dans un tel travail ! Ce serait oublier tout le *travail d'institution* mené par la professeure depuis le début de la séance, travail qui prend en compte le contenu de la feuille « d'avertissement » leur indiquant : « Ces problèmes sont choisis de telle manière que vous puissiez résoudre certains d'entre eux avant même de connaître une méthode mathématique valable pour tous ». À propos du travail d'institution, Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni (2000) indiquent : « Le professeur et les élèves s'instituent comme collectif de pensée comptable de leur production de savoir et ils s'autorisent à évaluer cette production. Ils identifient des manières de faire, que l'institution qu'ils forment reconnaît comme légitimes : ce faisant ils produisent une institution fondée à valider les manières de faire, dont les élèves et le professeur sont ensemble sujets. » L'engagement des élèves dans la recherche de ces problèmes est la marque de la confiance qu'ils ont acquise, avec le concours de leur professeure, dans la capacité à former un « collectif de pensée », avec ses « manières de faire » définies auparavant par P, et ultérieurement comptable de la production d'un certain savoir. La professeure, dans l'intervention qui suit la dernière demande d'un élève sur le temps consacré à la recherche, conforte la confiance qu'on peut accorder à la classe constituée en collectif de pensée, en explicitant les diverses possibilités pouvant apparaître au cours du travail personnel : « P : Oui, vous cherchez. Vous avez dix minutes, un quart d'heure. Donc, peut-être que vous, que certains s'arrêteront sur un problème. Il y en a d'autres qui vont bifurquer partout. Donc cette feuille c'est votre feuille, et si vous ne faites que le dernier, vous choisissez, vous avez le choix. N'hésitez pas à écrire. »
- 60 Puis, durant la phase où les élèves sont engagés dans une recherche individuelle, le travail de chacun est replacé dans la perspective générale du travail collectif dans lequel il se fondera par la suite : « P : [...] L'objectif, c'est pas je vous donne quinze minutes pour résoudre quatre problèmes. C'est, on cherche, on dégrossit, et après on travaille par groupes. C'est vrai qu'il y en a qui sont un peu coincés sur le premier, et c'est pour cela qu'il y a la deuxième étape du travail. »

Le contraste entre un milieu vaste à investir et un milieu restreint : conséquences didactiques

En classe de 3^e

- 61 Une fois la dévolution de la recherche individuelle réalisée, l'action de la professeure consiste à la maintenir par divers gestes de régulation : faire appel à la force du groupe, mais aussi, par exemple, circuler de place en place dans la classe afin de surveiller l'engagement de chacun dans la recherche, ou encore rappeler opportunément quelques consignes. Ainsi P se permet-elle quelques interventions : « Tu es sûre que tu as le bon nombre ?..., Tu as vérifié éventuellement que ta réponse est ?..., Tu as trouvé une seule chose ? Pourtant tu étais en train de réfléchir ! Allez, courage ! », etc.
- 62 Cette phase dure un peu moins de dix minutes. La justification de son arrêt est présentée, non comme une décision arbitraire de la professeure, mais comme le résultat de l'observation du comportement de certains élèves qui montrent que, pour eux, le temps consenti à la recherche individuelle est manifestement épuisé. Ainsi P

fait-elle de nouveau appel au groupe, ou du moins à certains de ses sujets en tant que partie prenante du collectif de pensée, pour donner le signal du changement d'étape dans la recherche : « P : Bon, alors on va s'arrêter parce que Akim est en train de commencer de confronter ses idées avec celles d'Alexandre. Donc, sinon, ça va dénaturer tout le travail. Vous allez vous arrêter, mais s'il y en a qui sont en train de terminer de noter, ils terminent de noter. »

- 63 Les élèves sont ensuite mis en groupe. P circule de groupe en groupe et assiste aux débats. Plusieurs indices montrent que la dévolution d'un niveau de codétermination didactique dans lequel se placer, afin de constituer un milieu, a effectivement opéré au niveau du domaine des « Travaux numériques ». Ainsi, dans son groupe, si Akim confronte tout d'abord ses résultats à ceux d'Alexandre, chacun utilisant pour cela sa calculatrice, il se met ensuite à chercher, mais en vain, un classeur de mathématiques complet auprès de ses camarades ; puis il se lance de nouveau dans des calculs. L'explication de cette fébrilité est fournie lorsque, après avoir rencontré d'autres groupes, P interagit avec le groupe d'Akim et Alexandre qui expliquent qu'ils ont utilisé le PGCD : « P : Donc, vous avez calculé avec le PGCD ; c'est marrant ! Vous avez pensé aux problèmes d'arithmétique qu'on a vus en début d'année. Et avec le PGCD, ça marche ? Expliquez-moi un peu. »
- 64 En effet, la recherche par Akim d'un classeur de mathématiques de l'année de 3^e était sans doute motivée par la consultation du chapitre relatif au PGCD de deux nombres, et notamment par la technique qui consiste à effectuer des soustractions successives pour le déterminer⁷. Par exemple, si l'on souhaite déterminer le PGCD de 357 et 561, on écrit : $561 - 357 = 204$; $357 - 204 = 153$; $204 - 153 = 51$; $153 - 51 = 102$; $102 - 51 = 51$; $51 - 51 = 0$ et on conclut que 51 est le PGCD cherché. Dans le premier problème (13 chambres en tout, à un lit et deux lits, et 20 malades qui emplissent tous les lits), la solution est 7 chambres à deux lits et 6 à un lit. Il se trouve que si l'on recherche le PGCD de 13 et 20 qui est 1 (13 et 20 sont dits premiers entre eux) les deux premières étapes de l'algorithme soustractif sont : $20 - 13 = 7$ et $13 - 7 = 6$ (il faut poursuivre pour trouver le PGCD : $7 - 6 = 1$; $6 - 1 = 5$, etc., jusqu'à obtenir $1 - 1 = 0$ qui donne pour PGCD 1). Akim et Alexandre se sont arrêtés à la deuxième étape de l'algorithme soustractif. Le rapport un peu lointain qu'ils ont à cet algorithme, et qu'ils n'ont pu réactiver faute de disposer d'un classeur du cours, en étant peut-être la cause, la réponse intermédiaire qu'il fournit est considérée plausible dans le cadre du problème posé (c'est même la « bonne » réponse), et les satisfait.
- 65 Dans la discussion qui suit avec la professeure, Akim et Alexandre déclarent que leur technique, qu'ils nomment « par soustraction », s'applique bien pour les deux premiers problèmes mais pas pour les autres. Ce qui est vrai et confirme que leur tentative est menée à partir du rapport qu'ils ont établi au PGCD. En effet, la mise en équations du deuxième problème aboutit au système

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 83 \end{cases}$$

66 et celle du troisième à

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 83 \end{cases}$$

67 La première étape de la recherche du PGCD de 50 et 83, qui consiste à soustraire 50 à 83 revient à soustraire $x + y (= 50)$ à $x + 2y (= 83)$; ce qui donne : $y = 83 - 50 = 33$. C'est précisément le point en lequel s'arrêtent ces deux élèves pour déterminer le nombre de chambres à 2 lits. La soustraction $50 - 33$, qu'ils effectuent ensuite en suivant l'algorithme des différences successives, est celle qui donne le nombre x de chambres à un lit lorsqu'on substitue y par 33 dans l'équation $x + y = 50$. Or, la coïncidence entre les deux premières étapes de l'algorithme des différences successives et la résolution du système de deux équations à deux inconnues n'est pas fortuite, mais ne se réalise plus pour les autres problèmes, comme on peut le voir sur le système modélisant le troisième problème :

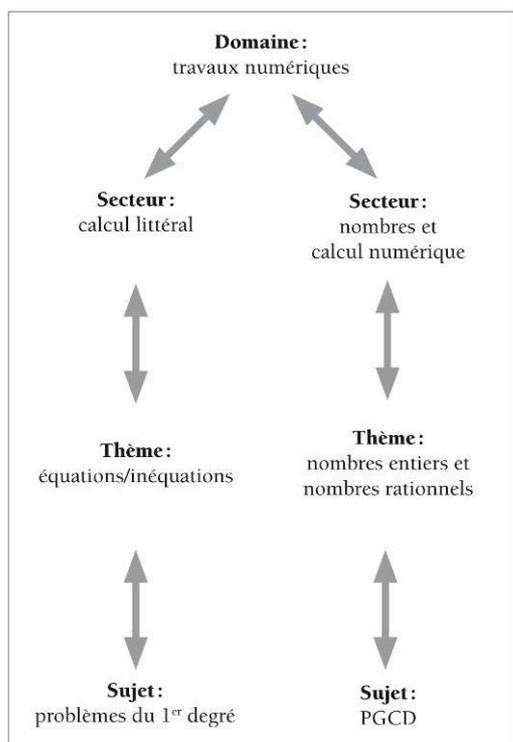
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 83 \end{cases}$$

68 Soustraire 12 à 83 revient dans ce cas à obtenir, par soustraction membre à membre des deux équations : $2x + 4y - x - y = 83 - 12$, soit $x + 3y = 71$. Cette dernière équation ne permet plus d'obtenir y , comme dans le cas des deux premiers problèmes, car les coefficients de x dans les deux équations diffèrent. Il en est de même pour le quatrième problème modélisable par le système

$$\begin{cases} x + y = 79 \\ 5x + 7y = 469 \end{cases}$$

69 dans lequel les coefficients de x sont différents (1 et 5).

70 Pour ces deux élèves, le niveau du domaine ayant été identifié, la première bifurcation vers un niveau de codétermination didactique plus spécifique, de l'ordre du secteur, a été fatale. Ils se sont engagés dans le type de tâches mathématiques bien connu d'eux « Déterminer le PGCD de deux entiers naturels ». Ce dernier trouve place à l'intérieur du sujet « Diviseurs communs à deux entiers », relevant du thème « Nombres entiers et rationnels », inclus dans le secteur « Nombres et calcul numérique », et non dans celui du « Calcul littéral » ; ce que représente le schéma ci-dessous.



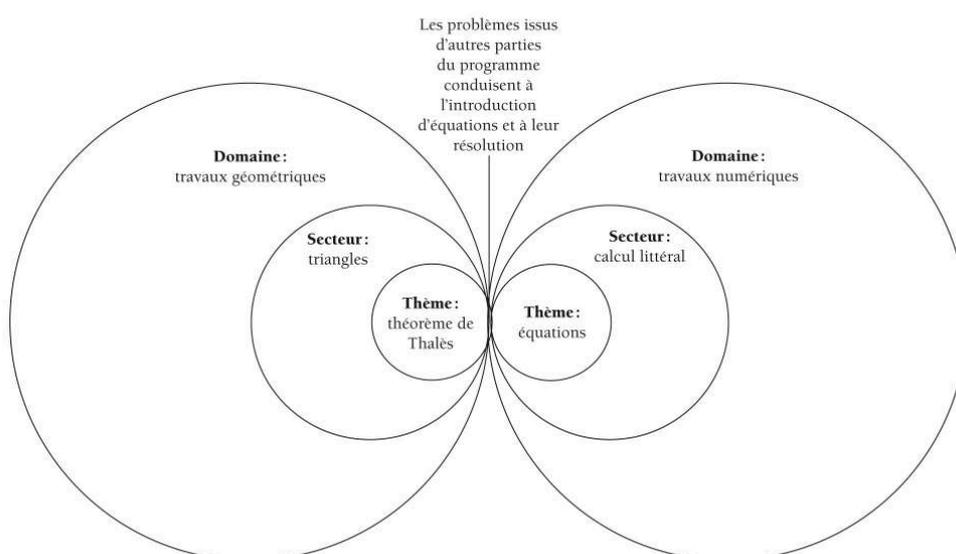
- 71 Depuis son *topos*, la professeure s'interdit de rejeter, éventuellement en argumentant, la solution proposée par ces deux élèves : la dévolution de la tâche consistant à trouver une méthode générale de résolution doit se prolonger, en passant dans un premier temps par la donnée de la réponse numérique exacte, et cette dernière est à la charge des élèves, non pas de l'enseignante. Il lui faut donc s'engager dans un travail de régulation du travail des élèves du groupe d'Akim et Alexandre, tout en se gardant de déranger trop explicitement leur *topos*. Afin que la relation continue, elle choisit d'entrer dans leur jeu. Ainsi, les élèves ayant nommé « soustraction » la technique qu'ils utilisent pour déterminer le PGCD, puis déclarant à leur professeure qu'elle s'applique bien aux deux premiers exercices, mais mal aux deux derniers, la professeure est-elle amenée à accepter ces déclarations afin que la dévolution se poursuive. Elle donne cependant un moyen de contrôle à l'intérieur du cadre de travail dans lequel ces élèves se trouvent, peut-être dans l'espoir qu'ils disposent ainsi d'un outil pour invalider le lien indu qu'ils ont fait entre ces problèmes et le PGCD : « P : Vous me dites que vous avez trouvé des méthodes. Il faut quand même que vous précisez que votre première méthode, par soustractions, elle ne marche pas pour les autres. Et pourquoi elle ne marche pas dans le dernier problème ? Un des élèves : Y'a pas de nombre pair ! »
- 72 Cette dernière réponse, erronée, confirme s'il en était besoin que ces élèves évoluent au sein d'un milieu relevant du secteur « Nombres et calcul numérique ». Sans doute, la phase suivante, relative à la mise en commun des travaux des divers groupes, leur fournira-t-elle une occasion supplémentaire de changer de point de vue car les autres groupes ont recouru à des techniques arithmétiques que la classe valide pour les quatre problèmes.

En classe de 4^e

- 73 L'exemple des problèmes relatifs aux systèmes linéaires de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues montre une dévolution qui, sur l'échelle du générique au spécifique, s'effectue au niveau du domaine. Mais en classe de 4^e la dévolution du problème s'effectue à un niveau plus spécifique, celui du thème.
- 74 Comme on l'a vu, la classe est confrontée au problème du développement de $(x - 1)(x + 2)$, nécessaire pour avancer dans la résolution de l'équation $(x - 1)(x + 2) = x^2$. Les élèves ont déclaré « qu'on va utiliser la distributivité ». Le professeur indique que le cas est différent car « la distributivité c'est quand y'a un nombre multiplié par une expression entre parenthèses. Là, on a deux parenthèses multipliées entre elles⁸ !... »
- 75 C'est alors qu'un élève, noté E, déclare : « C'est pareil, la première parenthèse peut être distribuée et après on aura un nombre avec une parenthèse et on pourra calculer ». Autrement dit, il propose de calculer $(x-1)(x+2) = (x-1)x + (x-1)2$; ce qui est une manière correcte de calculer. Mais d'autres élèves ont répondu en même temps que lui en lançant diverses propositions : tenir compte de x^2 pour un élève, ou d'autres encore disant qu'ils voient dans l'expression un facteur commun. Le professeur attire alors l'attention de la classe sur la proposition de l'élève E : P : « Est-ce que vous avez compris ce qu'il a dit ? » E reformule de nouveau sa proposition : « M'sieur, pour faire ça, il faut faire $x - 1$ multiplié par x plus $x - 1$ multiplié par... » Mais sa réponse se perd dans le brouhaha provoqué par d'autres propositions émises à haute voix par les élèves ; l'animation qui règne alors dans la classe signe qu'une partie du problème a été identifiée.
- 76 Après intervention de P qui remet un peu d'ordre, trois élèves proposent finalement des réponses. Cédric est envoyé au tableau, écrit $(x-1)(x+2) = (1x - 1)(1x + 1 + 12)$ et propose de factoriser par 1. P lui demande à quoi cela sert et Cédric retire sa proposition, s'apercevant qu'elle ne fournit pas la réponse au problème. Cédric demande alors comment faire et P lui répond que c'est justement ce que l'on va étudier aujourd'hui. À cet instant, pour Cédric et pour la majorité de la classe qui n'avait pas « entendu » la proposition de l'élève E, la rencontre avec le problème et sa dévolution ont réellement lieu. Ils sont alors prêts à entendre la proposition de E.
- 77 Dans le projet de l'enseignant, une des dimensions dévolues à l'univers sans surprise de la première partie de séance est sans doute la mise en exergue de la problématicité de la tâche consistant à développer $(x - 1)(x + 2)$. Elle arrive, de manière inattendue, pour se constituer en obstacle sur le chemin balisé que l'on avait collectivement tracé afin de mener à la solution du problème de géométrie. Temporairement, toute l'attention des élèves est concentrée sur elle. Les pratiques routinières, qui ont vécu dans la classe jusqu'à cet instant, assument alors une deuxième fonction : se constituer en éléments d'un milieu qui, par contraste, favorise l'émergence de cette nouvelle tâche problématique. Cette tâche nouvelle n'a pas besoin d'être désignée lors de sa première rencontre : la perturbation qu'elle produit suffit pour son identification aux yeux de tous.
- 78 Par ailleurs, si l'on peut s'interroger sur le caractère conscient, lors de l'élaboration par le professeur du scénario de la séance, de la démarche didactique qui vient d'être décrite, il n'y a pas de doute sur l'aspect tout à fait volontaire de certains choix qu'il opère lors de la conception de son projet d'enseignement. Il est tout à fait clair que le professeur a décidé, au cours de sa préparation, de baisser le niveau problématique des

éléments du milieu afin qu'émerge plus sûrement celui de la tâche de développement. En effet, les deux premières tâches de résolution d'équations sont pensées en lien direct avec les techniques auxquelles les élèves devront recourir pour la résolution du problème de géométrie.

- 79 La préparation de cette première phase de la séance par le professeur inclut donc la création d'effets de chronogenèse, topogenèse et mésogenèse. Elle s'appuie sur l'organisation mathématique du savoir qui permet, en un point singulier, la rencontre de sujets relevant des domaines distincts des « Travaux géométriques » et des « Travaux numériques ». Le thème « Résolution de problèmes conduisant à des équations du premier degré à une inconnue » est en effet accompagné du commentaire suivant : « Les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution ». C'est ce que représente le diagramme suivant :



- 80 Pour concevoir *a priori* cette séance, le professeur s'est appuyé sur cette singularité. Il en a usé comme d'une variable didactique. Afin de concevoir ce dispositif d'enseignement, il a sans doute fallu qu'il puisse exercer son sens pratique, sa connaissance des mathématiques et de leur transposition didactique dans un programme, à l'intérieur d'un système complexe qui croise organisations mathématique et didactique, pour jouer sur les points d'appui que ce croisement lui offre : ce que résume la phrase de Bourdieu (1980) « *L'ars inveniendi est une ars combinatoria.* »

Au-delà de l'irréductible inscription de l'action du professeur dans le cadre de l'interaction avec les élèves

- 81 Les deux situations qui viennent d'être analysées ont été volontairement choisies contrastées, afin de faciliter la mise en évidence de traits spécifiques à l'une que ne possède pas l'autre.

- 82 Dans la première, portant sur les systèmes d'équations en 3^e, l'activité problématique proposée aux élèves inaugure l'étude d'un thème dont, ignorant l'objet, ils ne peuvent guère imaginer les contours. Ils savent cependant, parce que la professeure le leur dit, qu'ils disposent de connaissances leur permettant de trouver les solutions numériques des problèmes posés. Dans la seconde, relative au développement d'expressions du type $(a + b)(c + d)$ en 4^e, l'engagement des élèves dans la tâche problématique visée est motivé par la nécessité de réussir une sous-tâche afin de parvenir à la résolution d'un problème de géométrie plus vaste la contenant. L'objet étant plus facilement identifiable, son écologie, c'est-à-dire les organisations de savoir avec lesquelles ils semblent *a priori* interagir, paraît plus facilement accessible.
- 83 Le choix de la situation à l'intérieur de laquelle prend place la tâche problématique à dévoluer pèse ainsi sur sa « fonction dévolutive ». L'action du professeur au cours de ce que le corps enseignant nomme « la préparation », ou celle des didacticiens ayant conçu l'ingénierie, relève déjà d'un placement au sein d'un niveau de codétermination didactique. Puis, en dévoluant la tâche en situation, le professeur indique aux élèves, de manière plus ou moins consciente, un niveau de codétermination didactique en lequel se placer. La régulation opérée par l'enseignant semble viser au maintien des élèves à ce niveau de codétermination – afin qu'ils cherchent par eux-mêmes, sans qu'il ait à leur fournir davantage d'informations – ou, au contraire, à la validation de décisions de changement vers un niveau plus spécifique lorsque les raisons du déplacement invoquées par les élèves sont légitimes relativement au savoir. Il reste le garant de la légitimité épistémologique des décisions des élèves qu'il arbitre : c'est ce que montre l'intervention du professeur qui rejette, dans le cas de l'ingénierie en 3^e, le choix de se placer dans le domaine du calcul à la seule vue du mot « banque » dans l'énoncé.
- 84 La sélection pertinente de certains des éléments présents au niveau de codétermination didactique pour la création d'un milieu pour la tâche est, dans les phases de dévolution, de la responsabilité des élèves ; tout au moins dans les premières phases d'attaque du problème qui précèdent la mise en commun des tentatives de solutions trouvées. Au vu de l'exemple de la séance en 4^e, il semble que les milieux construits par les élèves seront d'autant plus pertinents pour la résolution de la tâche problématique dévolue que le niveau de codétermination didactique en lequel ils sont placés sera proche du sujet qui contient la tâche. Le rôle de l'enseignant consiste encore à réguler la marche vers le spécifique à partir du niveau générique qu'il a choisi comme point de départ. C'est ce que montre, dans l'exemple de la séance en 3^e, l'intervention du professeur qui refuse de répondre à la question de Sarah relative au nombre de solutions possibles.
- 85 L'analyse du travail du professeur reste, malgré la puissance des outils théoriques venus du corpus des recherches menées en didactique, et dont les travaux de la viii^e École d'été de didactique des mathématiques de 1995 sur la modélisation de l'enseignant fournissent des briques, un domaine d'accès malaisé. La pertinence des quelques éléments que le présent travail a pu mettre en relief, et relatifs aux phases de dévolution, demande à être évaluée du point de vue de leur régularité, en tenant compte de leurs spécificités, propres à la discipline enseignée et aux situations au sein desquelles le savoir est rencontré par les élèves. La méthodologie, comme c'est souvent le cas lorsqu'il s'agit d'analyses microdidactiques, nécessite le recueil d'indices puisés à la source des interactions, parfois labiles et difficiles à isoler dans la multitude des échanges d'une classe – ou qui peuvent même ne pas être rendues publiques –, et qu'il est toujours nécessaire de rapporter à une analyse du savoir, sous peine de manquer

l'objet qui les fonde et de ne rester qu'à la surface apparente des choses. Une telle analyse, comme on l'a vu, conduit à faire aussi porter son regard vers un niveau macrodidactique, propre à l'organisation du savoir telle qu'elle apparaît à l'issue d'étapes d'une transposition didactique externe. Celle-ci permet de comprendre comment les situations que le professeur dévolue sont porteuses des indices permettant aux élèves de les interpréter en les référant, ou plutôt en inférant qu'elles se rapportent à des objets de savoir issus de niveaux d'organisation pouvant servir de points d'appui. C'est à ce prix que les élèves peuvent identifier l'enjeu d'apprentissage dans la situation, et le motif pour lequel ils entrent dans la tâche problématique. Pour pouvoir pousser plus avant l'analyse, on devra s'affronter au thème de la remémoration, des signes ou des cadres sociaux favorisant le souvenir (Matheron, 2010) et qui, associé au thème de la métis, permet d'aborder l'analyse du processus de recherche de la résolution de la tâche problématique dévolue, sous la responsabilité apparente des seuls élèves.

- 86 Comme on le pressent à travers ces deux exemples, le travail du professeur ne peut guère être appréhendé qu'en référence à son interaction avec les élèves (Sensevy & Mercier, 2007) : que celle-ci soit observée en acte, dans la situation, comme c'est le cas de l'ingénierie didactique en 3^e, ou dans son anticipation à travers la préparation du cours comme dans le cas de la séance en 4^e ; les élèves étant dans ce cas physiquement absents. Un tel travail, même s'il ne s'y réduit pas, est à la fois nécessité et peut être instruit par la construction et l'observation d'ingénieries didactiques prenant en compte l'enseignant, son travail, sa formation, les conditions et contraintes sous lesquelles se déploie son action, venues de la société pensant son école, la pédagogie qu'elle entend qu'on y applique et les savoirs qu'elle entend que l'on y enseigne. Afin de progresser dans la connaissance du travail du professeur pour et lors de la réalisation des phases de dévolution, il reste, on le voit, à explorer un vaste domaine, encore en grande partie en friche, mais dont l'attaque fructueuse demande à se développer.

BIBLIOGRAPHIE

- Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, Bordeaux.
- Bourdieu, P. (1980). *Le Sens pratique*. Paris : Les Éditions de Minuit.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9/3, 309-336.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.
- Chevallard, Y. (1985, 1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage, 2^e édition 1991.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12/1, 73-112.

- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 1. Structures & fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Éds.), *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques*. Corps (Isère) – du 21 au 30 août 2001 (p. 3-32). Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.
- Chevallard, Y. (2008). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. In G. Gueudet & Y. Matheron (Éds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2007* (p. 345-366). Paris : IREM Paris 7.
- Chevallard, Y. (2010). La didactique, dites-vous ? *Éducation & Didactique*, 4.1, 139-146.
- Fabre, M. (2009). *Philosophie et pédagogie du problème*. Paris : Librairie philosophique J. Vrin.
- Ginzburg, C. (1986). *Mythes emblèmes traces. Morphologie et histoire*. Lagrasse : Éditions Verdier, 2^e édition 2010.
- Leutenegger, F. (2009). *Le temps d'instruire, approche clinique et expérimentale du didactique ordinaire en mathématique*. Berne : Peter Lang.
- Ligozat, F., & Leutenegger, F. (2008). Construction de la référence et milieux différentiels dans l'action conjointe du professeur et des élèves. Le cas d'un problème d'agrandissement de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28/3, 319-375.
- Matheron, Y. (2010). *Mémoire et étude des mathématiques, une approche didactique à caractère anthropologique*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Mercier, A. (1998). La participation des élèves à l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/3, 279-310.
- Sensevy, G., & Mercier, A., (Éd.) (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Sensevy, G., Mercier, A., & Schubauer-Leoni, M.-L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. À propos de la course à 20. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20/3, 263-304.

NOTES

1. Par « élève », Brousseau désigne « l'élève générique » et non pas chaque élève singulier. Aussi, pour éviter la confusion, j'utiliserai le plus souvent le pluriel les élèves à la place de l'élève.
2. Cette méthodologie croise le « paradigme indiciaire » au sein duquel le microhistorien Ginzburg (1986, 2010) place son travail, et une méthodologie de type « clinique » telle qu'elle a pu être exposée par Leutenegger (2009) en didactique.
3. Pour ce qui concerne la place du problème et donc de sa dévolution, on peut se référer aussi, dans un tout autre cadre théorique, à l'ouvrage de Fabre (2009) *Philosophie et pédagogie du problème* qui situe, dès son introduction, la dimension moderne du problème dans *Les Règles pour la direction de l'esprit, Le Prince et l'Émile* et développe comment, au sein des programmes actuels de diverses disciplines, celle-ci s'actualise.
4. On se garde, dans ce texte, d'interroger plus avant les qualificatifs « actifs » et « passifs ».
5. Le terme de « milieu », tel qu'il est utilisé dans cet article, ne se rapporte pas de façon intrinsèque à la définition qu'en a tout d'abord donné Brousseau, en tant que « système antagoniste du système élève ». Il est plus proche de la définition de la référence

donnée par Ligozat et Leutenegger (2008) ou encore de la dialectique média-milieu proposée par Chevallard (2008).

6. On se réfère ici à Chevallard (1985, 1991) pour la topogenèse et la chronogenèse et à Brousseau (1990), repris dans son ouvrage de 1998, pour la notion de milieu ; le terme de mésogenèse semble publiquement apparu pour la première fois dans Chevallard (1992).

7. Le document d'accompagnement du programme de 3^e, publié en 2002, mentionne : « Le programme et la première partie du présent texte ont cité des algorithmes numériques, tels celui d'Euclide ou *celui des différences successives* pour l'obtention du plus grand diviseur commun à deux nombres entiers. » (souligné par moi).

8. En suivant le programme, les élèves ont étudié en 5^e la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction, sous la forme $k(a \pm b) = ka \pm kb$, ainsi que ses applications. Il s'agit en 4^e de l'enseignement de ce que certains appellent « la double distributivité » que les élèves ignorent encore, c'est-à-dire du développement de $(a \pm b)(c \pm d)$.

RÉSUMÉS

L'article vise à montrer comment, lors des phases de dévolution et de celles qui en découlent, le professeur parvient, sous contrat, à créer une référence commune à la classe d'où peuvent émerger certains éléments mobilisables pour l'action. Le professeur recourt pour cela à un ensemble de gestes qui permettent, en utilisant la mémoire des élèves propre aux pratiques relevant des savoirs antérieurement étudiés, de replacer la classe à l'intérieur de certains niveaux de codétermination didactique.

In this paper I try to show how teachers create a shared reference with their own classrooms during some devolution phases. Using a call to pupils' remembers in relationship with their own mathematical knowledges, they use some actions with the intention to move them into some didactical codetermination levels their pupils met before.

INDEX

Mots-clés : dévolution, milieu, mémoire, codétermination didactique

Keywords : devolution, milieu, memory, didactical codetermination levels

AUTEUR

YVES MATHERON

(UMR ADEF, IFé - ENS Lyon, IREM Aix-Marseille)